

FORMELARK SIK2005 Strømning og transportprosesser

Geometri

Overflate og volum av kule: $A = pD^2$, og $V = (p/6)D^3$

Strømning

Akselerasjon i planpolare koordinater, r ?	$a_r = \ddot{r} - r \dot{\theta}^2$ $a_\theta = r \ddot{\theta} + 2 \dot{r} \dot{\theta}$
Likevektslikningen	$\vec{0} = -\nabla p + \rho \vec{g}$
Substansielt derivert	$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)$
Eulers bevegelseslikning	$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g}$
Bernoulli's likning, friksjonsfri strømning	$\frac{1}{2} \vec{v}^2 + \int \frac{dp}{\rho} + gz = \text{konstant}$
Kontinuitetslikningen	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$ $\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0$
Hvirvling: $\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{V}$ 2-dimensjonal:	$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$
Viskøs skjærspenning	$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$
Navier-Stokes likning (inkompressibelt fluid)	$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \nu \nabla^2 \vec{v}$
Laplace operator (kartesisk)	$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
(planpolart)	$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$
Reynoldstallet	$Re = \frac{\text{Hastighet} \cdot \text{Lengde} \cdot \text{Tetthet}}{\mu}$
Perfekt (ideell) gass	$p = \rho RT$
Kraftloven	$\sum \vec{F} = -(\rho Q \vec{V})_{\text{INN}} + (\rho Q \vec{V})_{\text{UT}}$

Termodynamikk.

1ste lov:

$$\Delta E = Q - W \quad (E \text{ er total energi})$$

Entalpi

$$h = e + pV \quad (e \text{ er indre energi})$$

Entropi

$$de = TdS - pdV$$

Isentropirelasjonen

$$pV^g = \text{konst.}$$

Ideelle gasslov

$$pV = RT / M, \quad R = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}, \quad M = \text{molvekt i kg/mol}$$

For isentropisk strømning:

$$\int V dp = \frac{g}{\gamma} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

$$\int_1^2 \frac{dp}{V} = \frac{g}{g+1} \frac{p_1}{V_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{g+1}{g}} - 1 \right]$$

Energibalanser.

Total energibalanse: $(e_2 + p_2 \cdot V_2 + a_2 v_2^2 / 2 + g \cdot z_2) - (e_1 + p_1 \cdot V_1 + a_2 v_1^2 / 2 + g \cdot z_1) = Q - W_s$

eller $de + d(pV) + d(av^2 / 2) + gdz = dQ - dW_s$

Mekanisk energibalanse: $Vdp + d(av^2 / 2) + gdz + dF = -dW_s$

Rørstrømning.

Friksjon $F = \frac{\Delta P_f}{r} = 4f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2} = l \frac{L}{D} \frac{v^2}{2}$

Energiligningen neglisjert potensiell energi og arbeid, innsatt massefluks G og delt på V^2 :

$$G^2 \frac{dV}{V} + \frac{dP}{V} + \frac{l}{2} \frac{G^2}{D} dL = 0$$

Kritisk trykkforhold under isentropisk strømning:

$$w_c = \left(\frac{2}{(g+1)} \right)^{\frac{g}{g-1}}$$

Uttrykk for lydens (sonisk) hastighet.:

$$v = \sqrt{g \cdot p \cdot V}$$

Strømning rundt legemer

Friksjon: $F_D = C_D r A_p \frac{v_0^2}{2}$

Laminært ($Re_p < 1$): $C_D = 24 / Re_p$, $Re_p = r v_0 d_p / \mu$

Erguns ligning for friksjon i porøse sjikt

$$\Delta P_f = \frac{150 \mu v' \cdot \Delta l (1-e)^2}{(\Psi d_p)^2 e^3} + \frac{1.75 r (v')^2 \Delta l (1-e)}{\Psi d_p e^3}$$

hvor formfaktoren Ψ vil være gitt

Pitot-rør: $v = C_p \sqrt{2(p_2 - p_1) / \rho}$

Dyse og blende: $v_2 = \frac{C}{\sqrt{1 - (d_2 / d_1)^4}} \sqrt{2(p_1 - p_2) / \rho} = a \cdot \sqrt{2(p_1 - p_2) / \rho}$

Her er $C = C_v$ for dyse og $C = C_o$ for blende.

Varmetransport

Konduksjon

Fourier's lov: $Q_{\dots} = -A \cdot k \frac{dT}{dx}$

Konvektiv varmeoverføring

Alle ligninger for varmeovergangstall er empiriske og vil bli oppgitt.

Log. midlere temp. diff.: $\Delta T_{lm} = (\Delta T_2 - \Delta T_1) / \ln(\Delta T_2 / \Delta T_1)$

Stråling

Stefan-Boltzmanns lov: $Q = A \cdot e \cdot s \cdot T^4$, hvor $s = 5.676 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ K}$

Stråling til legeme med temperatur T_1 fra omgivelser med temperatur T_2 :

$$Q = A_1 \cdot e \cdot s (T_2^4 - T_1^4)$$

Stråling mellom to parallelle plater med emmisiviteter ϵ_1 og ϵ_2 :

$$Q_{12} = A \cdot s \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1}$$

Stråling mellom to flater 1 og 2, med N plater imellom. Alle flater har samme emmisivitet:

$$Q_{12} = \frac{1}{N+1} A \cdot s \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{2/\epsilon - 1}$$

Dimensjonsløse grupper

Nusselt's tall: $Nu = hL/k$

Prandtl's tall: $Pr = C_p \mu / k$

Grashofs tall: $Gr = L^3 \rho^2 g \beta \Delta T / \mu^2$

Noen få enheter:

$W = J/s$

$J = Nm$

$N = kg \text{ m/s}^2$

$Pa = N/m^2$

$1 \text{ cP (centipoise)} = 10^{-3} \text{ kg/ms} = 10^{-3} \text{ Pa s}$