

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 1.0 Pumping av væske

Vann med tetthet 1000 kg/m^3 skal pumpes fra et reservoar til et annet, slik som vist på figuren under. Pumpen du har til rådighet har en effekt på 1 kW og en pumpevirkningsgrad på 75% .

- a) Hva er den største nivådifferans pumpen greier ved en væskelevering på 1 kg/s (anta at det kinetiske leddet er neglisjerbart)
- b) Hvilken levering gir pumpen ved punkt 1 når indre rørdiameter der er 50 mm og nivådifferansen mellom reservoar A og punkt 1 er 20 m . All friksjonsmotstand neglisjeres

Svar:

a) $h = 76.4 \text{ m}$

b) $q = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

Løsningsforslag

a)

Velger en strømlinje fra punkt 1) til punkt 2) og sette opp Bernoullis ligning mellom dem

$$\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \cdot \frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{\Delta p_{pumpe}}{\rho} = \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2} + gz_2$$

Vi har ikke noe friksjonstap. Som endepunktene for ligningen er valgt, blir $p_1 = p_2 = p_0$.

Videre er diametrene i røret på de to stedene likt, slik at $v_1 = v_2$.

Med disse forenklingene blir ligningen:

$$\frac{\Delta p_{pumpe}}{\rho} = gz_2 - gz_1 = g \cdot (z_2 - z_1)$$

Pumpeeffekten er $(-P_s) = 1 \cdot 0.75 \text{ kW} = 750 \text{ W}$

Nå er gjennomstrømningen 1 kg/s og tettheten 1000 kg/m^3 . Dette gir $q = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$.

Videre

$$\frac{\Delta p_{pumpe}}{\rho} = \frac{(-P_s)}{q \cdot \rho} = \frac{750}{10^{-3} \cdot 1000} = 750 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Innsatt gir dette:

$$(z_2 - z_1) = \frac{\Delta p_{pumpe}}{g \cdot \rho} = 750 / 9.81 = 76.4 \text{ m}$$

b)

Fremdeles er $p_1 = p_2 = p_0$ og $v_1 = 0$. Antar $\alpha_2 = 1$.

Har nå:

$$v_2 = \frac{q}{\pi \cdot (0.05/2)^2} \text{ hvor } q \text{ er gjennomstrømningen i } \text{m}^3/\text{s}.$$

Setter inn i Bernoullis lign.

$$gz_1 + \frac{\Delta p_{pumpe}}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 \quad \text{som gir :} \quad gz_1 + \frac{(-P_s)}{q \cdot \rho} = \frac{\left(\frac{q}{\pi \cdot (0.05/2)^2}\right)^2}{2} + gz_2$$

Her er $z_2 - z_1 = 20 \text{ m}$ og $(-P_s) = 750 \text{ W}$ som før. q er da den eneste ukjente og dette blir en tredjegradslikning i q når det hele ganges med q . (Kan enkelt løses med ROOTS i Matlab):

```
>> p=750;
>> ro=1000;
>> a=pi*(0.025)^2
>> format long
>> c=[1/(a^2*2) 0 g*20 -p/ro];
>> roots(c)
```

%denne kommandoen gir flere siffer

```
ans =
-0.00189336861003 + 0.03903306077782i
-0.00189336861003 - 0.03903306077782i
0.00378673722005
```

Altså er $q = 0.003787 \text{ m}^3/\text{s}$

Nå er det kinetiske leddet, dvs $v^2/2$ leddet, ofte neglisjerbart. Neglisjeres dette løses ligningen direkte og gir $q = 3.82 \text{ m}^3/\text{s}$

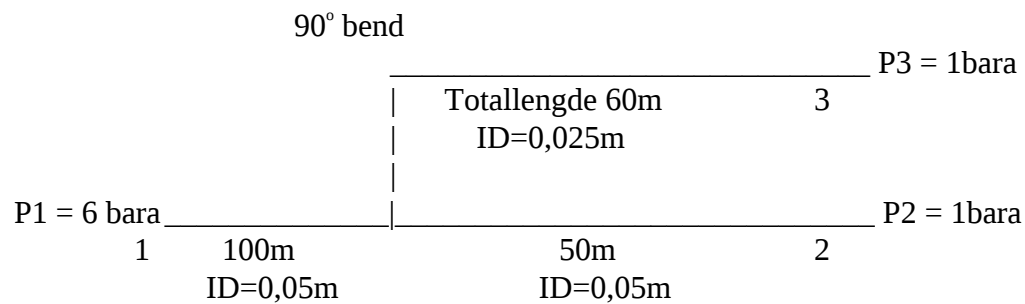
SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 2

Gitt et rørnett som vist i figuren under med angitte trykk, rørlengder og dimensjoner.

Regn inkompressibel isoterm strømning og anta rør med ens rørkvalitet (overflateruhet), og horisontalt utlegg (dvs ingen høydevariasjoner). Anta glatte rør(drawn tubing).



Estimer fordelingen av væskestrømmene ut ved punktene 2 og 3 (feks forholdet mellom dem).

$$\mu = 10^{-3} \text{ kg / m} \cdot \text{s} \quad , \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3$$

Svar: $q_3/q_2 = 0.146$

Løsningsforslag 2

1

$$\frac{1}{2}v_3^2 - \frac{1}{2}v_{T3}^2 + \frac{P_3 - P_{T3}}{\rho} + F_3 = 0$$

$$\frac{1}{2}v_2^2 - \frac{1}{2}v_{T3}^2 + \frac{P_2 - P_{T2}}{\rho} + F_2 = 0$$

Nå er $v_2 = v_{T2}$ og $v_3 = v_{T3}$, $P_2 = P_3$

og $P_{3T} \cong P_{2T}$

Dette betyr at $F_2 = F_3$

2

$$F_3 = 4 \cdot f_3 \cdot \frac{L_2}{D_3} \cdot \frac{v_2^3}{2} + 4 \cdot f_3 \cdot \frac{35D_3}{D_3} \cdot \frac{v_3^2}{2}$$

3

$$F_2 = 4f_2 \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{v_2^2}{2}$$

4

Setter 2 og 3 i 1 og ordner: $\frac{v_3}{v_2} = \sqrt{\frac{f_2 \cdot L_2 \cdot D_3}{f_3(L_3 + 0.9)D_2}}$

Hvis vi hadde kjent f_2 og f_3 var dette ok.

Første rågjett: $f_2 \cong f_3 \Rightarrow \frac{v_3}{v_2} = 0,64$

$$\text{og } \frac{q_3}{q_2} = \frac{D_3^2 \cdot v_3}{D_2^2 \cdot v_2} = 0,16$$

Fullstendig:

Ligning 1 innsatt 3

5

$$\frac{P_2 - P_{T2}}{\rho} + 4f_2 \cdot \frac{L_2}{D_2} \cdot \frac{v_2^2}{2} = 0$$

Energiligning fra innløp 1 til T

6

$$\frac{1}{2}v_{T1}^2 - \frac{1}{2}v_1^2 + \frac{P_{T1} - P_1}{\rho} + 4f_1 \cdot \frac{L_1}{D_1} \cdot \frac{v_1^2}{2} = 0$$

$$P_{T1} \cong P_{T2} = P_T$$

$$v_{T1} = v_1$$

Kontinuitet: $\zeta = \text{konstant}$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 + A_3 v_3$$

$$\text{gir } D_1^2 v_1 = D_2^2 v_2 + D_3^2 v_3 \Rightarrow 4D_3^2 v_1 = 4D_3^2 v_2 + D_3^2 v_3$$

$$v_3 = 4(v_1 - v_2)$$

Innsatt kjente størrelser i 4, 5 og 6

4

$$\frac{v_3}{v_2} = 0,64 \cdot \sqrt{\frac{f_2}{f_3}}$$

5

$$\frac{P_T - 1 \cdot 10^5}{1000} = 4f_2 \frac{50}{0,05} \cdot \frac{v_2^2}{2}$$

6

$$\frac{6 \cdot 10^5 - P_T}{1000} = 4f_1 \frac{100}{0,05} \cdot \frac{v_1^2}{2}$$

Nå er 4 – 7 fire ligninger med 4 ukjente hvis f'ene var gitt. Kan lett reduseres til 2 ligninger, 8 og 9.

Diagrammet gir $f = f(\text{Re}) = f(v, D)$

7

Eliminerer v_3 og P_T

$$2\lambda_1 v_1^2 + \lambda_2 v_2^2 = 1$$

8

$$8f_1 v_1^2 + 4f_2 v_2^2 = 1$$

9

$$\frac{4(v_1 - v_2)}{v_2} = 0,64 \sqrt{\frac{f_2}{f_3}}$$

Må derfor bruke en prøve feile metode, dvs i f'ene.

Ser at f varierer lite, tipper f.

For eksempel tipper $f_1 = f_2 = f_3 \cong 0,005$

i) $\rightarrow v_1$ og v_2 beregnes fra 8 og 9

ii) v_3 beregnes fra 7

iii) Re_1, Re_2 og Re_3 beregnes og nye f_1, f_2 og f_3 finnes.

Løsning (tilnærmet)

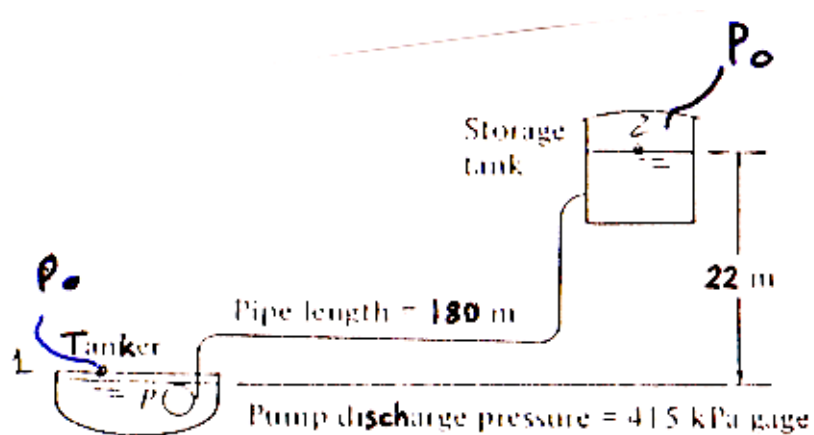
$$f_1 \cong 0,0027, f_2 \cong 0,0028, f_3 \cong 0,0033$$

$$\frac{q_3}{q_2} = \frac{D_3^2 \cdot v_3}{D_2^2 \cdot v_2} = 0,25 \cdot 0,64 \cdot \sqrt{\frac{f_2}{f_3}} = 0,146$$

Liten endring fra 0,16 som vi fant først.

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 3



Dieselolje ($\rho = 850 \text{ kg/m}^3$ og $\nu = 4,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) pumpes fra en tanker til en lagertank ved atmosfæretrykk gjennom et 180 m langt stålrør av handelskvalitet. Volumstrømmen er 32 l/s. Nivåforskjellen mellom lagertank og tanker er 22 m (mellom væskennivåene). Pumpas leveringstrykk er 415 kPa. Hvilken rørdiameter er nødvendig. Ta bare hensyn til tap pga rørfriksjon.

Svar: $d = 0.10 \text{ m}$

Løsningsforslag 3

$$\rho = 850 \text{ kg} / \text{m}^3 \quad \gamma = 4,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$32 \text{ l} / \text{s} = 0,032 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Pump discharge pressure = 415 kPa gage

overtrykk

Menes trykkøkningen fra pumpe er 415 kPa

Bare tap pga røvfriksjon 180 m.

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu}$$

Har verken v eller D , men $v = \frac{Q}{A}$

$$): \quad v = \frac{0,032}{\frac{\pi}{4} D^2} = \frac{4 \cdot 0,032}{\pi D^2} = \frac{0,0408}{D^2}$$

Kan settes inn:

$$\text{Re} = \frac{4 \cdot 0,032 D}{\pi \cdot 4,6 \cdot 10^{-6} D^2} = \frac{8862}{D} \quad \text{eller} \quad D = \frac{8862}{\text{Re}} \quad 1$$

$$\text{Bernoullis lign.:} \quad \frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + Z_1 g + \frac{\Delta P_p}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + X_2 g + \Delta P_f$$

$$\Delta P_f = \frac{\Delta P_p}{\rho} - \rho g (Z_2 - Z_1) = 415000 \text{ N} / \text{m}^2 - 850 \cdot 9,82 \cdot 22$$

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$= 231400 \text{ N} / \text{m}^2$$

$$\Delta P_f = 4f \cdot \rho \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$\Delta P_f = 4f \cdot 850 \cdot \frac{180}{D} \cdot \frac{(0,0408)^2}{2} = \frac{f}{D^5} \cdot 508 = 231400$$

$$D = \sqrt[5]{\frac{f \cdot 508}{231400}} = 0,29 \cdot \sqrt[5]{f} \quad 2$$

Har D uttrykt ved Re og f): to ligninger + 3 ukjente
i tillegg diagram = ligning 3

Må da begynne en prøve/feile iterativ prosedyre

Stålrør av handelskvalitet har $\varepsilon = 0,000045m$

Trenger D for å beregne ε/D

Ser at f varierer lite i forhold til Re

Dessuten er $D \propto \sqrt[5]{f}$ slik at variasjonen i f vil gjøre seg lite gjeldende:

Tipper f = 0,004

$$D = 0,117$$

$$Re = 75650$$

$$\varepsilon/D = 0,000385$$

Fra diagram f = 0,005

Nesten i boks

Tipper f = 0,0025

$$D = 0,1005m$$

$$Re = 88200$$

$$\varepsilon/D = 0,000441$$

Fra diagram f = 0,005

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 4

Hydrogen strømmer fra et reservoar med trykk $2,6 \text{ MN/m}^2$, gjennom et stålrør med $\varepsilon/D = 0,001$ til en reaktor med trykk $2,0 \text{ MN/m}^2$. Stålrøret er 500 m langt og har ID = 50 mm. Anta isoterme forhold og at temperaturen er 293 K. Hva blir massestrømmen? Neglisjer inn- og utløpstap fra røret.

Viskositeten for hydrogen: $\mu_{\text{H}_2} = 0,009 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m s}$

Svar: $G = 108 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$

Løsningsforslag 4

Bruker energiligningen
Integrert for isoterme forhold

$$G^2 \ln \frac{P_1}{P_2} + \frac{M(P_2^2 - P_1^2)}{2RT} + 2fG^2 \cdot \frac{\Delta L}{D} = 0$$

NB: Vi har neglisjert potensiell energi.

Her er $P_1 = 2,6 \text{ MN/m}^2$ og $P_2 = 2,0 \text{ MN/m}^2$
Vi må anta et Re-talls område og sjekke etterpå

Antar $\text{Re} > 10^6$

Dette gir fra diagram 2.10.3, med $\varepsilon/D = 0.001$: $f = 0,0046$

$$G = \sqrt{\frac{M(P_1^2 - P_2^2)}{2RT} \bigg/ \left(\frac{2f\Delta L}{D} + \ln \frac{P_1}{P_2} \right)}$$

Innsatt fås:

$$G = 110 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$$

$$\text{Sjekk } \text{Re} = \frac{G \cdot D}{\mu} = \frac{110 \cdot 0,05}{0,009 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^5 \quad (\mu = 0,009 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s})$$

Altså litt lavere enn antatt

Ved $\text{Re} = 6 \cdot 10^5$ så er $f = 0,0048$

dette gir : $G = 108 \text{ kg/m}^2 \text{ s} \rightarrow \text{Re} \approx 6 \cdot 10^5$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 5

Luft med trykk $P_1 = 200 \text{ kPa}$ og temperatur $T_1 = 500 \text{ K}$ skal ekspanderes gjennom en dyse til et utløps Mach-tall på 2,5. Massestrømmen skal være 3 kg/s .

Beregn:

- a) Trangeste tverrsnitt i dysen
- b) Utløpstrykk, temperatur, -hastighet og -areal.

Anta isentropisk strømning og $\gamma = 1,4$ og $M_{\text{luft}} = 29$.

Svar : a) $A_c = 8.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, b) $P_3 = 11700 \text{ Pa}$, $v_3 = 747 \text{ m/s}$, $A_3 = 0.0219 \text{ m}^2$

Løsningsforslag 5

a) Beregner kritisk trykkforhold for å finne trykket i trangeste tverrsnitt : $P_2 = P_c$

$$\frac{P_c}{P_1} = w_c = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 0,53 \quad \gamma = 1,41$$

Energibalans for friksjonsfri strømming

$$v_c^2 = \frac{2\gamma}{\gamma - 1} P_1 V_1 \left[1 - (w_c)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]$$

Kontinuitet

$$G = \frac{v_c \cdot A_c}{V_c} \Rightarrow A_c = \frac{G V_c}{v_c}$$

$$A_c^2 = \frac{G^2 \cdot V_c^2}{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} P_1 V_1 \left[1 - (w_c)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]}$$

$$P_c V_c^\gamma = P_1 V_1^\gamma \Rightarrow V_c = V_1 (w_c)^{-\frac{1}{\gamma}}$$

$$A_c^2 = \frac{G^2 \cdot V_1^2 (w_c)^{-\frac{2}{\gamma}}}{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} P_1 V_1 \left[1 - (w_c)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right]}$$

$$V_1 = \frac{RT}{MP} = \frac{8314 \cdot 500}{29 \cdot 200000} = 0,717 m^3 / kg$$

$$A_c^2 = \frac{3^2 \cdot (0,717)^2 \cdot (0,53)^{-\frac{2}{1,41}}}{\frac{2,8}{0,4} \cdot 200000 \cdot 0,717 \left[1 - (0,53)^{0,4/1,41} \right]} = 6,88 \cdot 10^{-5}$$

$$A_c = 8,3 \cdot 10^{-3} m^2$$

b) Isentropisk ekspansjon gjennom hele dysen til utløp, punkt 3

$$\int_1^3 v dv + \int_1^3 V dP = 0$$

slik at også v_3 kan finnes fra:

$$v_3^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} P_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

Lydhastigheten, en tilstandsvariabel, må beregnes ved betingelsene ved utløpet:

$$c_3 = \sqrt{\gamma \cdot P_3 V_3} = \sqrt{\gamma \frac{RT_3}{M}}$$

Nå er : $v_3 = c_3 \cdot 2,5$

dette gir:

$$\Rightarrow v_3^2 = (2,5)^2 \cdot \gamma \cdot P_3 \cdot V_3 = 6,25 \cdot \gamma \cdot P_3 \cdot V_1 \cdot (P_1/P_3)^{1/\gamma}$$

Innsatt:

$$6,25 \cdot \gamma \cdot P_3 \cdot V_1 \cdot (P_1/P_3)^{1/\gamma} = \frac{2\gamma}{\gamma-1} P_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

gir
$$\left(\frac{P_3}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{2}{6,25(\gamma-1)} = 0,444$$

$$1 + \frac{2}{6,25(\gamma-1)}$$

$$P_3/P_1 = 0,0585 \Rightarrow P_3 = 11700 Pa$$

Temperatur:
$$\left. \begin{array}{l} P_1 V_1^\gamma = P_3 V_3^\gamma \quad \text{isentropi} \\ \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \quad \text{ideell gass} \end{array} \right\} T_3 = 222 K$$

Hastighet:
$$v_3 = \left(\frac{2\gamma}{\gamma-1} P_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{P_3}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right)^{1/2} = 747 m/s$$

Areal:
$$A_3 = \frac{G' \cdot V_1 \cdot (P_3/P_1)^{-1/\gamma}}{v_3} = 0,0219 m^2 \Rightarrow D_3 = 0.167 m$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 6 Trykkfall gjennom porøst medium

Et absorpsjonstårn med diameter 2,0 m er fylt med tilfeldig pakke Raschigringer. Pakningstettheten er 5790 ringer/m³ og pakningshøyden er 18 m. Inn på tårnet strømmer rent oksygen: $q = 10000 \text{ m}^3/\text{h}$ ved trykk på 1 bar og temperatur 298 K.

- a) Beregn porøsiteten i pakningen
- b) Beregn formfaktoren for Raschigringene og sammenlign med tabell 3.1-1
- c) Finn trykkfallet over hele pakningen

Data:

Raschig ringer: Lengde 50,8 mm, ytre diameter 50,8 mm og veggtykkelse 6,35 mm

Viskositet oksygen : $2,02 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m s}$

Anta isoterm strømning gjennom tårnet og konstant gasshastighet (mao neglisjer gassutvidelsen).

Svar: a) $\epsilon = 0.74$, b) $\Phi = 0.382$, c) $\Delta p = 1245 \text{ Pa}$

Løsningsforslag 6

Må først finne porøsiteten til pakningen:

Indre diameter

$$D_I = 50,8 - 2 \cdot 6,35 = 50,8 - 12,7 = 38,1 \text{ mm}$$

Volum av gods i en partikkel:

$$v_p = \frac{\pi}{4} (50,8^2 - 38,1^2) \cdot (10^{-3}) \cdot 50,8 \cdot 10^{-3} = 4,5 \cdot 10^{-5} m^3$$

Med 5790 ringer pr. m^3 blir volumet av gods pr m^3 :

$$4,5 \cdot 10^{-5} \cdot 5790 = 0,26 \frac{m^3 \text{ gods}}{m^3}$$

Porøsitet er da: $\varepsilon = 1 - 0,26 = 0,74$

Hastigheten basert på tomt tårn, dvs tilsynelatende(superficial) hastighet:

$$v_s = \frac{10000}{3600 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 2^2} = 0,8842 m/s$$

Formfaktor: $\phi = \frac{6v_p}{d_p S_p}$

D_p er diameteren til en kule med samme godsvolum som partikkelen og S_p er partikkelens virkelige overflate :

$$\frac{\pi}{6} d_p^3 = 4,5 \cdot 10^{-5} \Rightarrow d_p = 0,0441 m$$

$$S_p = 50,8\pi(50,8 + 38,1) \cdot 10^{-6} + 2 \frac{\pi}{4} (50,8^2 - 38,1^2) \cdot 10^{-6} = 1,6 \cdot 10^{-2} m^2$$

$$\phi = \frac{6 \cdot 4,5 \cdot 10^{-5}}{0,0441 \cdot 1,6 \cdot 10^{-2}} = 0,382 \quad \text{Gassens tetthet: } \rho = \frac{PM}{RT} = \frac{100000 \cdot 32}{8314 \cdot 298}$$
$$\rho = 1,29 kg/m^3$$

Trykkfall over hele pakningen

$$\Delta_p = L \cdot \frac{150 \cdot v_s \cdot \mu (1 - \varepsilon)^2}{\phi^2 \cdot d_p^2 \cdot \varepsilon^3} + \frac{1,75 \cdot L \cdot \rho (v_s)^2 \cdot (1 - \varepsilon)}{\phi d_p \cdot \varepsilon^3}$$
$$\Delta_p = 18,0 \left[\frac{150 \cdot 0,8842 \cdot 2,02 \cdot 10^{-5} (0,2607)^2}{0,382^2 \cdot 0,0441^2 \cdot 0,7393^3} + \frac{1,75 \cdot 1,29 \cdot (0,8842)^2 \cdot 0,2607}{0,382 \cdot 0,0441 \cdot 0,7393^3} \right]$$
$$\Delta_p = 18,0 [1,5878 + 67,59] = \underline{\underline{1245 Pa}}$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 7 Pitot-rør

Gass med midlere molvekt 28 strømmer i en rørledning. Et Pitotrør er stukket inn, og trykkdifferansen mellom de to punktene på Pitotrøret måles med et u-rørsmanometer med væske med tetthet 850 kg/m^3 som skillemedium.

I et målepunkt måles høydeforskjellen til 29,6 mm. Gassens temperatur er 110°C og det er 1 bar totaltrykk.

Beregn gasshastigheten i dette punktet basert på

- a) ligningen for inkompressibelt fluid,
og
b) med basis i en isentropisk tilstandsændring. $\gamma = 1.35$.

Svar : a) $v_1 = 23,7 \text{ m/s}$, b) $v_1 = 23,68 \text{ m/s}$

Løsningsforslag 7

Trykkforskjellen som u-rørsmanometeret måler er:

$$(\rho_v - \rho_g) \cdot g \cdot \Delta h \approx 850 \cdot 9,81 \cdot 0,0296 = 247 \text{ Pa} \quad (\text{Gassens tetthet er neglisjert})$$

$$\rho_g = \frac{PM}{RT} = \frac{100000 \cdot 28}{8314 \cdot 383} = 0,88 \text{ kg} / \text{m}^3$$

Inkompressibelt

$$u_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 247}{0,88}} = \underline{\underline{23,7 \text{ m} / \text{s}}}$$

Isentropisk:

$$u_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,35}{0,35} \cdot 100000 \cdot \frac{1}{0,88} \cdot \left(\left(\frac{100247}{100000} \right)^{0,35/1,35} - 1 \right)} = \underline{\underline{23,68 \text{ m} / \text{s}}}$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 8 Måleblende

Man skal måle gjennomstrømningen av vann i et 1" (25mm ID) rør og har til rådighet en blende med hulldiameter 14 mm. Maksimal-leveringen er 0,6 l/s. Beregn trykkfallet over blenden ved denne leveringen og ved levering 0,2 l/s.

Data : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0.001 \text{ kg/ms}$

Svar : $\Delta p = 18400 \text{ Pa}$ og $\Delta p = 2000 \text{ Pa}$

Løsningsforslag 8

Gjennomstrømningen i en blende er ifølge lign.3.2-10 i Geankoplis

$$G' = A_0 \cdot \rho \cdot v_0 = \frac{A_0 \cdot \rho \cdot C_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta p / \rho} = \frac{A_0 C_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2}} \sqrt{2 \rho \Delta p}$$

Løst mhp Δp :

$$\Delta p = \frac{G'^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{A_0}{A_1}\right)^2\right)}{(A_0 \cdot C_0)^2} \cdot \frac{1}{2\rho}$$

Nå er $D_0/D_1 = 14/25$ dvs $A_0/A_1 = (D_0/D_1)^2 = 0,314$

Hvis Re-tallet i blendeåpningen er > 20000 kan C_0 settes til 0,61. Nå er

$$\text{Re}_0 = \frac{\rho v_0 D_0}{\mu} = \frac{G' \cdot D_0}{A_0 \mu} = \frac{G'}{\frac{\pi}{4} D_0 \cdot \mu} = \frac{4}{\pi D_0 \cdot \mu} \cdot G'$$

Får da for de to strømmene: antar at tettheten er $1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ kg/l}$

$q_1 = 0,6 \text{ l/s}$: $G'_1 = 0,6 \text{ kg/s}$

$\text{Re}_1 = 55000$

$\Delta p_1 = 18400 \text{ Pa}$

$q_2 = 0,2 \text{ l/s}$, $G'_2 = 0,2 \text{ kg/s}$

$\text{Re}_2 = 18000$

$\Delta p_2 = 2000 \text{ Pa}$

I det siste tilfellet er ikke $\text{Re} > 20000$, men ikke langt unna slik at det er ok.

Ser her typisk måleområde for en blende. Man greier gjerne å måle endringer i trykkdifferanser i forhold 1:10, dvs minste målbare trykkdifferans er ca. 1710 av største målbare trykkdifferans (med rimelig nøyaktighet). Dere ser at dette tilsvarer et forhold i strømningsratene på bare 1:3 :

$$G'_1 / G'_2 = 3$$

$$\Delta p_1 / \Delta p_2 = 9$$

Altså har blender et ganske snevert måleområde. Det samme gjelder for dyser.

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 9 Kompresjon(Uaktuell 2003)

Beregn den teoretiske isoterme og isentropiske kompresjoneffekten, $(-P_s)$ for komprimering av 0,23 kg/s metan fra 12 til 28 bara. Gassens temperatur før kompresjonen er 0°C

Hva blir gasstemperaturen ut ifølge en isentropisk kompresjon.

Data: $R = 8,314 \text{ J/mol K}$, $\gamma_{\text{CH}_4} = 1,365$, molvekt metan er 16

Svar: $T_2 = 342.4 \text{ K}$

Løsningsforslag 9

Beregning:
$$V_1 = \frac{RT_1}{MP_1} = \frac{8,314 \cdot 273}{16 \cdot 12 \cdot 10^5} = 0,118 m^3/kg$$

Isotermt
$$(-W_{ST}) = P_1 V_1 \ln \frac{P_2}{P_1} = 12 \cdot 10^5 \cdot 0,118 \cdot \ln \left(\frac{28}{12} \right) = 120 KJ / kg$$

Effekt
$$(-P_t)_T = (-w_{ST}) \cdot G' = 120 KJ / kg \cdot 0,23 kg / s = \underline{\underline{27,6 kW}}$$

Isentropisk

$$(-W_{SS}) = P_1 V_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \Rightarrow 12 \cdot 10^5 \cdot 0,118 \frac{1,365}{0,365} \left[\left(\frac{28}{12} \right)^{\frac{0,365}{1,365}} - 1 \right] = 134,7 kW / kg$$

Effekt
$$(-P_t)_S = (-W_{SS}) \cdot G' = 134,7 \cdot 0,23 = \underline{\underline{31,0 kW}}$$

Temperatur
$$P \cdot V = konst \quad \frac{PV}{T} = konst, \text{ ideell gass}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = 342,3 \approx 69^\circ C$$

Fra diagram:

Isotermt

$$(-W_{ST}) = \Delta h - T \Delta S = h_3 - h_1 - T_1 (S_3 - S_1) = 538 - 556 - 273(9,6 - 10,08) = 113 KJ / kg$$

$$(-P_t)_T = 113 \cdot 0,23 \approx \underline{\underline{26 kW}}$$

Isentropisk
$$(-W_{SS}) = h_2 - h_1 = 678 - 556 = 122 KJ / kg$$

$$(-P_t)_S = 122 \cdot 0,23 \approx \underline{\underline{28,1 kW}}$$

Temperatur $\approx 63 - 64^\circ C$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 10 Kompresjon (Uaktuell 2003)

Beregn det teoretiske isoterme og isentropiske kompresjonsarbeidet for vanndamp (pr. kg damp), når dampen skal komprimeres fra $0,1 \text{ MN/m}^2$ og 150°C og til $0,5 \text{ MN/m}^2$. Bruk diagram.

Hvis kompressorens isentropiske virkningsgrad er $\eta_s = 0,8$, hva blir da virkelig utgangstemperatur for gassen? Hva er kompressorens isoterme virkningsgrad?

Svarene er ca. tall på grunn av avlesningsunøyaktighet.

Svar : $(-W_{ss}) = 380 \text{ kJ/kg}$, $(-W_{st}) = 312 \text{ kJ/kg}$, $T_{ut} = \text{ca } 390^\circ\text{C}$, $\eta_T = 0.66$

Løsningsforslag 10

Isentropisk arbeid: $(-W_{SS}) = h_1 - h_0 = 3160 - 2780 = 380 \text{ kJ / kg}$

Virkelig arbeid: $(-W_S) = \frac{380}{0,8} = 475 = \Delta h_v$

): $h_{1 \text{ virk}} = 2780 + 475 = 3255$

Dette gir $T_v = ca \ 390^\circ C$

Isotermt (går ikke - men hvis)

$$\Delta S = 6,82 - 7,62 = (-W_S)_T = h_{1T} - h_0 - T(S_1 - \rho_0) = 2745 - 2780 - (273 + 150)(6,82 - 7,62) = 312 \text{ kJ / kg}$$

$$W_T = \frac{(-W_S)_T}{(-W_S)_v} = \frac{312}{475} = 0,66$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 11 Flertrinnskompresjon (Uaktuell 2003)

Luft skal anrikes på oksygen i et membranlegg. Luften må av denne grunn komprimeres fra et trykk $P_0 = 0.1 \text{ MN/m}^2$ og temperatur 20°C , til inngangstrykket på membranmodulen som er $P = 4 \text{ MN/m}^2$. Mengden gass som skal prosesseres er $300 \text{ m}^3/\text{min}$ regnet ved starttrykk og -temperatur. Gassen kan ansees ideell.

- Man benytter 5-trinns kompresjon med mellomkjøling mellom hvert trinn ned til en temperatur på 20°C . Hva blir den totale teoretiske isentropiske kompresjons-effekten? Hva blir temperaturen etter hver kompresjon?
- Man vurderer valg av en kompressortype med en begrensning i gasstemperaturen på 70°C etter hver komprimering. Hvor mange trinn må denne kompressoren ha?.

Gitt $\gamma = 1,4$

Svar: a) $T = 361.7 \text{ K}$, b) $n = 6,7$ (dvs 7 trinn)

Løsningsforslag 11

- a) Med samme mellomkjølingstemperatur som inngangstemperatur vil det optimale trykkforholdet for alle komp bli det samme:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{P_2}{P_1} = \dots = \frac{P_5}{P_4} = \frac{P_{i+1}}{P_i}$$

$$RV = \lambda RT$$

$$v = \frac{RT}{PM}$$

Ganger sammen:

$$\frac{P_5}{P_0} = \left(\frac{P_{i+1}}{P_i} \right)^5 = 40 \Rightarrow \frac{P_{i+1}}{P_i} = 2,09$$

Kompres. arb. for hvert trinn:

$$v_0 = \frac{RT}{PM} =$$

$$(-W_s)_s = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot P_0 V_0 \left[\left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

$$(-P_t)_s = \dot{m}(-W_s)_s = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot P_0 \cdot \dot{m} \cdot V_0 \left[\left(\frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] = \frac{1,4}{0,4} \cdot 10^5 \cdot \frac{300}{60} \left[(2,09)^{\frac{0,4}{1,4}} - 1 \right] = 4,1 \cdot 10^5 W = \underline{410 kW}$$

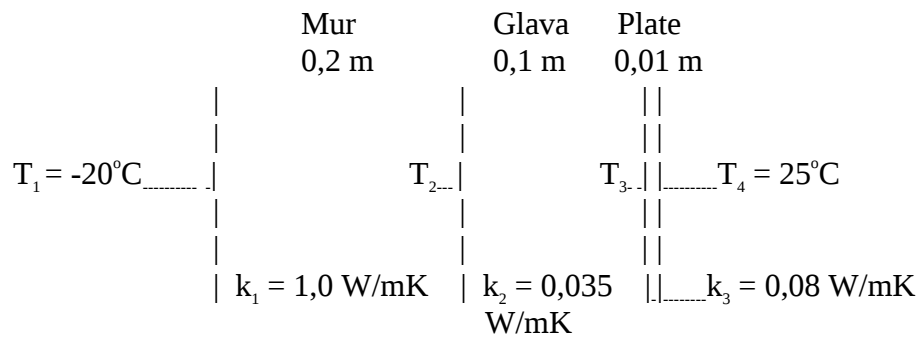
b) Temperatur etter et trinn blir fra $P_0 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma$ og $\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_0} = \frac{P_1}{P_0}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_1 = 293 \cdot (2,09)^{\frac{0,4}{1,4}} = 31,7 K \approx 88,7^\circ C$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 12 Varmetransport

Huset ditt har en sokkel med veggkonstruksjon som vist på figuren:



Hva blir varmetapet (i W) når du har 50 m^2 yttervegg og temperaturforholdene er som angitt på figuren.

Svar: $Q = 707 \text{ W}$

Løsningsforslag 12

Under stasjonære forhold er det ingen akkumulering noe sted og da vi har plan geometri vil varmefluksen gjennom hvert lag være den samme:

$$\begin{aligned} q &= \frac{k_1}{x_1} \cdot A \cdot (T_2 - T_1) \\ &= \frac{k_2}{x_2} \cdot A \cdot (T_3 - T_2) && \text{Løser mhp } \Delta T \text{'ene og legger sammen} \\ &= \frac{k_3}{x_3} \cdot A \cdot (T_4 - T_3) \end{aligned}$$

Løser så mhp q igjen og får:

$$\begin{aligned} q &= A \cdot \frac{1}{\frac{x_1}{k_1} + \frac{x_2}{k_2} + \frac{x_3}{k_3}} \cdot (T_4 - T_1) \\ &= 50 \cdot \frac{1}{\frac{0,2}{1} + \frac{0,1}{0,035} + \frac{0,01}{0,08}} \cdot (25 - (-20)) \\ \underline{q} &= \underline{707W} \end{aligned}$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 13 Varmetransport

Olje brukes som kjølemedium i kompressorer. Oljen kjøles igjen med kaldt vann i en varmeveksler. Inn på varmeveksleren har oljen en temperatur på 90°C og ønskes kjølt til 50°C. Kaldvannet har en inngangstemperatur på 10°C. Oljestrømmen er 1 l/s og vannstrømmen er 0.7 l/s.

$$C_{p_{\text{olje}}} = 2.1 \text{ kJ/kgK}, \quad C_{p_{\text{vann}}} = 4.2 \text{ kJ/kgK}$$

$$\rho_{\text{olje}} = 850 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{\text{vann}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Med motstrømsdrift, hva blir vanntemperaturen ut og logaritmisk midlere temperaturdifferans?

$$\text{Svar: } T_{\text{vut}} = 34.3 \text{ }^{\circ}\text{C}, \quad \Delta T_{\text{lm}} = 47.4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Løsningsforslag 13

a)

En total varmebalanse gir:

Varme overført = varme avgitt = varme opptatt

$$q = 2,1 \cdot 10^{-3} \cdot 850(90 - 50) = 4,2 \cdot 0,7 \cdot 10^{-3} \cdot 1000(T_c - 10)$$

$$T_c = 34,3^\circ C$$

b)

Med definisjonen på logaritmisk midlere temperaturdifferans:

$$\Delta T_{lm} = \frac{(90 - 34,3) - (50 - 10)}{\ln\left(\frac{90 - 34,3}{50 - 10}\right)} = 47,4^\circ C$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 14 (gammel eksamensoppgave)

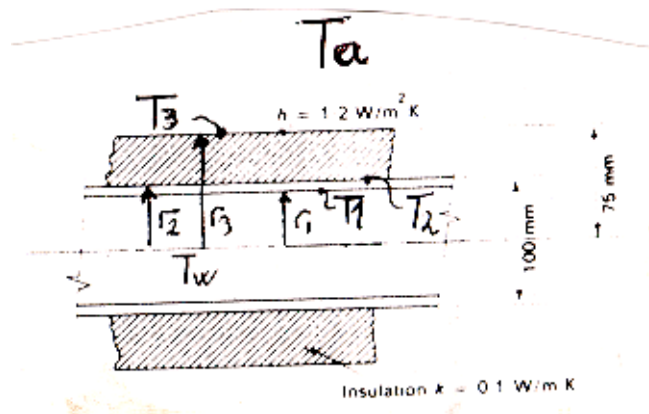
Vann fra en lagertank mates til en prosess via en rørledning som er 650 m lang og har 100 mm ytre diameter, se figur. Under de verst tenkelige værforhold vil vanntemperaturen i tanken være $+5^{\circ}\text{C}$ og lufttemperaturen -10°C . Beregn hva minimum vannføring (kg/s) må være for å unngå isdannelse i rørledningen.

Rørledningen er isolert med et keramisk materiale med varmeledningsevne $k = 0,1 \text{ W/mK}$ og med tykkelse 25 mm. Spesifikk varme for vann er $4,18 \text{ kJ/K}\cdot\text{kg}$ og tetthet $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

- a) Hva blir minimum vannføring hvis varmeovergangstallet på utsiden av isolasjonen mot luft er konstant $h_o = 1,2 \text{ W/m}^2\text{K}$?
- b) Enn dersom h_o skal finnes ved en korrelasjon som vist i tabell på side 256 i Geankoplis?

(For luft under normal utetemperatur kan man bruke f.eks. $h_o = 1,32 \Delta T^{0,25}$ hvor $\Delta T = T_3 - T_a$)

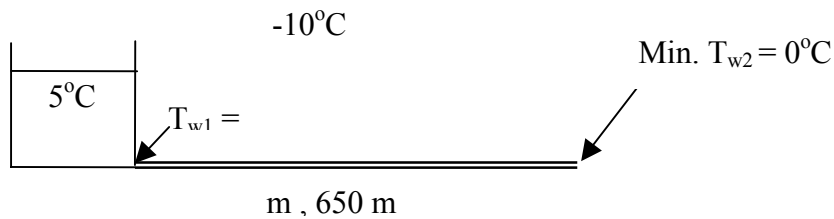
Hint: Se på tilfellet der temperaturen ut for vannet akkurat blir 0°C . Neglisjér varmeoverføringsmotstand fra vann til indre rørvegg og i selve rørveggen.



Svar: a) $m = 0.158 \text{ kg/s}$, b) $m = 0.236 \text{ kg/s}$

Løsningsforslag 14

a)



Setter opp en total varmebalanse for væsken som strømmer ut.

akkumulert = netto tilført + generert.

Her er akkumulert det som akkumuleres (i dette tilfellet avgis) i væsken fra den går inn i røret ved tanken og til den kommer ut. Netto tilført er det som tilføres gjennom vegg, her avgis, kan finnes ved å bruke logaritmisk midlere temperatordiff. da temperaturen ute er konstant langs hele røret. Velger ytre areal, O , som referanse:

$$m \cdot Cp \cdot (T_{w1} - T_{w2}) = A_0 \cdot U_0 \cdot \Delta T_{lm} = Q_{tot} \quad (1)$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{5 - (-10) - (0 - (-10))}{\ln \frac{5 - (-10)}{0 - (-10)}} = 12,3$$

Må finne U_0 : Skal bare ta med isolasjon og ytre varmeovergangsmotstand

Setter først opp alle leddene og stryker så de neglisjerbare. Pr. m rørlengde, på et vilkårlig sted blir varmetransporten:

$$\begin{aligned} Q/L &= A_1 \cdot h_1 (T_w - T_1)/L = \frac{2\pi \cdot k_w}{\ln(r_2/r_1)} (T_1 - T_2) = \frac{2\pi \cdot k_{isol}}{\ln(r_3/r_2)} (T_2 - T_3) \\ &= A_0 \cdot h_0 (T_3 - T_a)/L \end{aligned}$$

Skal nå neglisjere indre overgangsmotstand og motstand i vegg. Dette betyr at vi kan sette $T_w \cong T_1 \cong T_2$

Løser mhp temp.drift., legger sammen og får:

$$T_w - T_a = \frac{q}{2\pi L} \left[\frac{1}{r_1 h_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{k_w} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{k_{isol}} + \frac{1}{r_3 h_0} \right]$$

Skal nå neglisjere indre overgangsmotstand og motstand i vegg, dvs de to første leddene. Dette betyr også at vi kan sette $T_w \cong T_1 \cong T_2$

$$T_w - T_a = \frac{q}{2\pi r_3 L} \left[\frac{r_3 \cdot \ln(r_3/r_2)}{k_{isol}} + \frac{1}{h_0} \right]$$

Får da varmegjennomgangstallet:

$$\frac{1}{U_0} = \left[\frac{r_3 \ln(r_3/r_2)}{k_{isol}} + \frac{1}{h_0} \right]$$

Setter inn:

$$\frac{1}{U_0} = \frac{75 \cdot 10^{-3} \ln(75/50)}{0,1} + \frac{1}{1,2} = \frac{1}{0,88}$$

$$U_0 = 0,88 W / m^2 K$$

Satt inn i ligning 1

$$\begin{aligned} m &= \frac{A_0 \cdot u_0 \cdot \Delta T_{lm}}{C_p \cdot \Delta T} = \frac{2\pi r_3 \cdot L \cdot u_0 \cdot \Delta T_{lm}}{C_p \cdot \Delta T} \\ &= \frac{2\pi \cdot 75 \cdot 10^{-3} \cdot 650 \cdot 0,88 \cdot 12,3}{1000 \cdot 4,187 \cdot 5} = 0,158 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

b)

$$\text{Eneste forskjell: } h_0 = 1,32 \cdot (T_3 - T_a)^{0,25}$$

Problemet her blir imidlertid vesentlig mer komplekst idet det total varmegjennomgangstallet vil variere langs røret. Imidlertid hvis det varierer med en faktor mindre enn 2, dvs at endringen i totalt varmegjennomgangstallet langs rørledningen er mindre enn en halvering, så kan man bruke et gjennomsnitt (hvis ikke må man sette opp diff.lign. og integrere). Satser på det som utgangspunkt

Ved innløpet til røret er $T_w = 5^\circ C$ $T_2 = T_w$ (Husk: neglisjerbar motstand mot indre rørvegg og i rørgodset)

Varmetransporten må være den samme gjennom hvert sjikt. Pr. m lengde:

$$\frac{2\pi \cdot k_{isol}}{\ln r_3/r_2} \cdot (T_2 - T_3) = A_0 h_0 (T_3 - T_a) / L = A_0 1,32 \cdot (T_3 - T_a)^{1,25} / L$$

$$T_2 = T_w$$

$$\frac{k_{isol}}{r_3 \ln(r_3/r_2)} \cdot (T_w - T_3) = 1,32 \cdot (T_3 - T_a)^{1,25}$$

$$2,49(5 - T_3) = (T_3 - (-10))^{1,25}$$

$$T_3 = -1,15^\circ C \Rightarrow h_0 = 2,28$$

$$\text{og } U_0 = \frac{1}{\frac{75 \cdot 10^{-3} \ln 75/50}{0,1} + \frac{1}{2,28}} = 1,346 W / m^2 K$$

Ved utløpsenden:

$$2,49(0 - T_3) = (T_3 + 10)^{1,25}$$

$$T_3 = -3,85 \quad h_0 = 2,08$$

$$U_0 = \frac{1}{\frac{75 \cdot 10^{-3} \ln \frac{75}{50}}{0,1} + \frac{1}{2,08}} = 1,274$$

Det er ingen stor forskjell og et snitt kan brukes: $u_0^{ar} = \frac{1,346 + 1,274}{2} = 1,31$

og
$$m = \frac{2\pi \cdot 75 \cdot 10^{-3} \cdot 650 \cdot 1,31 \cdot 12,3}{1000 \cdot 4,187 \cdot 5} = 0,236 \text{ kg / s}$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 15 Mangerørs varmeveksler.

Ved den bedriften hvor du er ansatt oppstår et behov for å varme 30 tonn olje pr. time fra 20°C til 100°C . Til oppvarming har man til disposisjon mettet damp ved et abs. trykk på maksimalt 0,7 MN/m² (tilsvarer en temperatur på 165°C).

Bedriften har ledig en mangerørs rørvarmeveksler med kobberør med indre diameter 20 mm. Der er 80 rør i parallell og hvert rør er 10 m langt. Du gjør noen forsøk ved å pumpe olje gjennom rørene, og finner at når varmeovergangskoeffisienten fra indre rørvegg til olje beregnes etter Dittus-Boelter's ligning, får du et varmegjennomgangstall gjennom kondensfilmen og selve rørveggen på 6400 W/(m² K), henført til indre røroverflate.

- a) Kan varmeveksleren brukes og hvilken temperatur kreves i så fall på dampsiden for å tilfredstille oppvarmingskravet?

Under forsøkene viser det seg at det etter hvert vil avsette seg et kullbelegg på innsiden av rørene. Beleggets tykkelse vokser med en hastighet på 0,25 mm pr. uke, og beleggets termiske konduktivitet er målt til 0,70 W/(m K).

- b) Hvor mange uker kan man kjøre varmeveksleren før det er nødvendig å rense rørene?

(Det er tilstrekkelig å sette opp de ligningene som er nødvendig for å beregne tiden.)

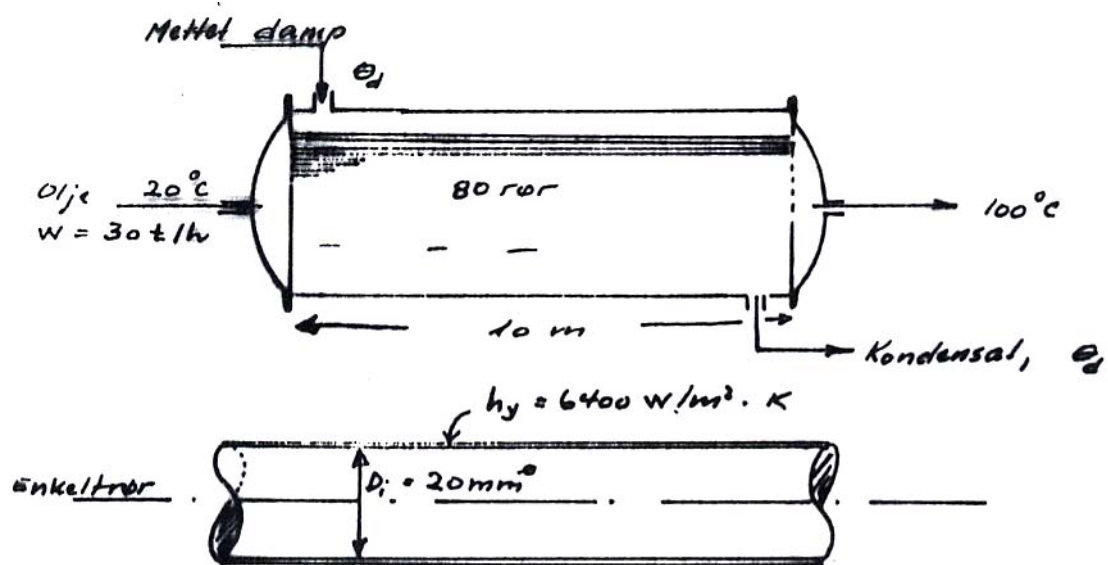
Gitt: Dittus-Boelter's ligning:

$$Nu = 0,023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

Data for oljen ved 60°C:

Viskositet:	$\mu = 1,5 \text{ cP}$
Sp, varmekapasitet:	$c_p = 2,1 \text{ kJ/(kg K)}$
Tetthet:	$\rho = 900 \text{ kg/m}^3$
Termisk konduktivitet:	$k = 0,14 \text{ W/(m K)}$

Løsningsforslag 15



a) Overført varmemengde i veksleren:

$$Q = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T = 30000 \cdot 2,1 \cdot (100 - 20) = 5040000 \text{ kJ/h} = 1400 \text{ kW}$$

Denne varmemengden må overføres over heteflaten:

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_{lm}$$

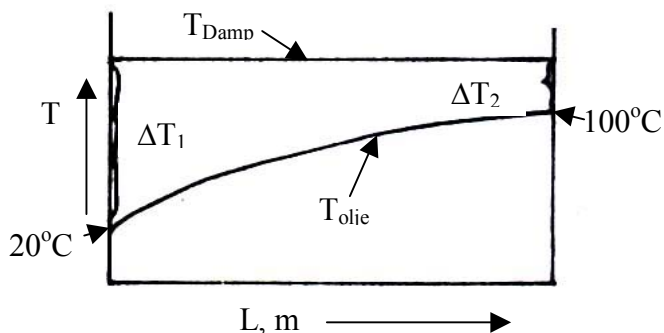
Velger å basere oss på indre areal:

$$A = 80 \cdot 0,02 \cdot 3,14 \cdot 10 = 50,24 \text{ m}^2$$

Logaritmisk midlere temperaturdiff. Har konstant temperatur på en side slik at denne kan brukes uavhengig av strømmingen:

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{(T_{Damp} - 20) - (T_{Damp} - 100)}{\ln \left(\frac{T_{Damp} - 20}{T_{Damp} - 100} \right)} = \frac{80}{\ln \left(\frac{T_{Damp} - 20}{T_{Damp} - 100} \right)}$$

Figuren antyder temperatutprofilene:



Det totale varmegjennomgangstallet er, basert på indre areal (k og j er de to radier for et tilfeldig sjikt):

$$\frac{1}{U_i} = \sum \frac{1}{(R_j / R_i) \cdot h} 1,5 \cdot 10^{-3} j + \sum \frac{\ln(R_k / R_j)}{k} = \frac{1}{h_i} + \frac{\ln(R_y / R_i)}{k_s} + \frac{1}{(R_y / R_i) \cdot h_y}$$

Nå er det angitt at de to siste leddene er funnet eksperimentelt å være 1/6400. Ligningen blir derfor:

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{6400}$$

For å beregne indre varmeovergangstall benyttes oppgitte ligning:

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} = 0,023 \cdot \left(\frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu}\right)^{0,8} \cdot \left(\frac{cp \cdot \mu}{k}\right)^{0,4} = \frac{h_i \cdot D}{k}$$

De fysikalske parametre er for oljen, og helst for en temperatur som er midlet av bulk og overflatetemperaturen. Nå har vi ikke gitt andre data enn for 60°C og får bruke disse.

Hastighet:

$$v = \frac{30000}{900 \cdot 3600 \cdot 0,01^2 \cdot \pi \cdot 80} = 0,37 m/s$$

Dette gir innsatt:

$$h_i = 0,023 \cdot \frac{0,14}{0,02} \cdot \left(\frac{900 \cdot 0,37 \cdot 0,02}{1,5 \cdot 10^{-3}}\right)^{0,8} \cdot \left(\frac{2100 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{0,14}\right)^{0,4} = 462 W / Km^2$$

Varmegjennomgangstallet blir da:

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{462} + \frac{1}{6400} = \frac{1}{431}$$

Da kjenner vi varme overført, varmeovergangstallet og arealet og kan beregne logaritmisk midlere temperaturdiff.:

$$\Delta T_{lm} = \frac{Q}{U_i \cdot A_i} = \frac{5,04 \cdot 10^9}{431 \cdot 50,24 \cdot 3600} = 64,7^\circ C$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{(T_{Damp} - 20) - (T_{Damp} - 100)}{\ln \left(\frac{T_{Damp} - 20}{T_{Damp} - 100}\right)} = \frac{80}{\ln \left(\frac{T_{Damp} - 20}{T_{Damp} - 100}\right)} = 64,7$$

Dette gir $T_{Damp} = 132,8^\circ C$, noe som er godt under dampens temperatur på $165^\circ C$, slik at den gitt varmeveksleren kan brukes.

b) Følgende størrelser endres med kullbelegget:

A) Indre diameter og følgelig

- Indre røroverflate
- Væskehastigheten
- Varmeovergangstallet på innsiden

B) Varmemotstand i veggen

Den maksimale logaritmiske temperaturdifferansen vi har til disposisjon er:

$$\Delta T_{lm} = \frac{80}{\ln \left(\frac{T_{Damp} - 20}{T_{Damp} - 100}\right)} = \frac{80}{\ln \left(\frac{165 - 20}{165 - 100}\right)} = 99,7$$

Varmeoverføringsligningen blir som før og total varmemengde likeså.

Får nå, med indre diameter som referanse som før:

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{6400} + \frac{\ln(R_{i,gammel} / R_i)}{k_{kull}}$$

Her er $R_{i,gammel}$ lik den opprinnelige kobber-rørsraden og R_i er den nye indre raden mot kullbelegget. Her er $R_i = 0,01 - 0,0025n$ hvor n er antall uker.

Det nye indre varmeovergangstallet blir:

$$h_i = 0,023 \cdot \frac{0,14}{2 \cdot (0,01 - 0,0025 \cdot n)} \cdot \left(\frac{900 \cdot v_{ny} \cdot 2 \cdot (0,01 - 0,0025 \cdot n)}{1,5 \cdot 10^{-3}} \right)^{0,8} \cdot \left(\frac{2100 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}}{0,14} \right)^{0,4}$$

Hvor ny hastighet blir:

$$v_{ny} = \frac{30000}{900 \cdot 3600 \cdot (0,01 - 0,0025 \cdot n)^2 \cdot \pi \cdot 80}$$

Nytt indre areal er

$$A_i = \pi \cdot (0,01 - 0,0025 \cdot n)^2$$

Den nødvendige temperaturdifferansen beregnes som før fra:

$$\Delta T_{lm} = \frac{Q}{U_i \cdot A_i}, \text{ denne må være under } 99,7^\circ\text{C som var det maksimale vi kan tåle med } 165^\circ\text{C}$$

som damptemperatur.

Ligningene har bare n som ukjent men er implisitte og må løses med prøving og feiling.

Setter vi inn $n = 3$ uker, finner vi at den nødvendige logaritmisk midlere

temperaturdifferansen for å få overført tilstrekkelig varme blir 92°C . Dette betyr at noe over 3 uker kan varmeveksleren gå før den må renses.

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 16

Du har en varmeveksler (VV) med varmeoverførende flate $A = 4 \text{ m}^2$. Det er beregnet at for det formål du ønsker å bruke varmeveksleren så kan det totale varmegjennomgangstallet estimeres til å være $U = 500 \text{ W/m}^2 \text{ K}$. Det er vann som skal kjøles med vann. Massestrøm varm side er $m_H = 1 \text{ kg/s}$ og på kald side $m_K = 0.5 \text{ kg/s}$. Varmekapasiteten for vann er $C_p = 4.19 \text{ kJ/kg K}$.

Inngangstemperaturene for henholdsvis varmt og kaldt vann er $T_H = 90^\circ\text{C}$ og $T_K = 10^\circ\text{C}$.

Du bruker ren motstrømsdrift. Hva blir utgangstemperaturene?

Svar: $T_{Co} = 53.5^\circ\text{C}$, $T_{Ho} = 68.4^\circ\text{C}$

Løsningsforslag 16

Her er varmeoverførende flate gitt, men ikke utgangstemperaturene. Dette kalles "simuleringsproblemet". Må her bruke effektivitetsfaktor som i likn. 4.9-10 i G.

$$Q = \varepsilon \cdot C_{\min} (T_{hi} - T_{ki})$$

Her er effektivitetsfaktoren ε definert som:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[-\frac{UA}{C_{\min}}\left(1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]}{1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \exp\left[-\frac{UA}{C_{\min}}\left(1 - \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)\right]}$$

Siden begge strømmene er vann vil den med minst kapasitet være den med lavest strømningsrate:

$$C_{\min} = C_{pv} \cdot m_k = 4,19 \cdot 0,5 = 2,1 \text{ kJ/sK}$$

$$C_{\max} = C_{pv} \cdot m_h = 4,19 \cdot 1,0 = 4,19 \text{ kJ/sK}$$

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0,5 \quad \text{og} \quad \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{500 \cdot 4}{2,1 \cdot 1000} = 0,95238$$

Innsatt gir dette : $\varepsilon = 0,54952$

Varmer overført blir da: $Q = 0,54952 \cdot 4,19 \cdot 0,5(90 - 10) = 92,1 \text{ kJ/s}$

For de to strømmene må vi også ha:

$$Q = C_{\min} \cdot \Delta T_{\min} \quad \text{og} \quad Q = C_{\max} \cdot \Delta T_{\max}$$

Innsatt gir dette:

$$\text{Kald side: } \Delta T_{\min} = \frac{92,1}{4,19 \cdot 0,5} = 43,96^\circ\text{C} \quad \text{Varm side: } \Delta T_{\max} = \frac{92,1}{4,19} = 21,98^\circ\text{C}$$

Temperaturen ut på kald side blir da: $10 + 43,96 = 53,96^\circ\text{C}$

Temperaturen ut på varm side blir da: $90 - 21,98 = 68,02^\circ\text{C}$

Nå kan vi sjekke at vi virkelig får riktig varmemengde overført

$$\Delta T_{lm} = \frac{(90 - 53,96) - (68,02 - 10)}{\ln \frac{90 - 53,96}{68,02 - 10}} = 46,16^\circ\text{C}$$

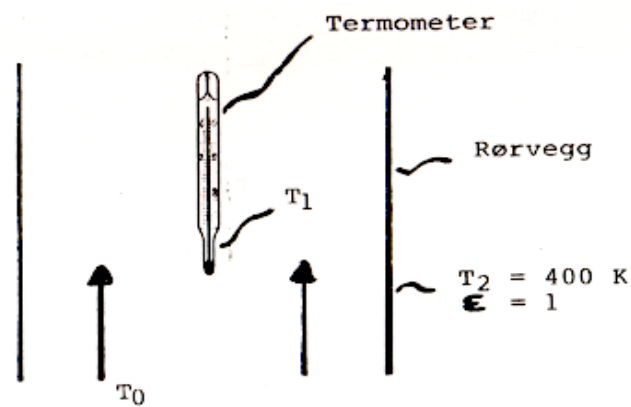
Og overført:

$$Q = 4 \cdot 500 \cdot 46,16 / 1000 = 92,32 \text{ kJ/s, så det er ok}$$

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 17 Stråling

Et termometer står i et rør som vist på figuren under.



Gass-strømmen i røret har temp. $T_0 = 290 \text{ K}$ og varmeovergangstallet mot termometeret er $200 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

Hva viser termometeret når emissiviteten til termometeret er $\epsilon_1 = 0,3$?

Hint: Ved stasjonære forhold må netto varme mottatt av termometeret ved stråling og konveksjon være lik 0.

Svar : Termometeret viser $291,7 \text{ K}$

Løsningsforslag 17

Varmebalanse for termometertuppen

Konvektivt overført til tuppen:

$$q_k = h_k \cdot A_1 (T_0 - T_1)$$

Overført til tuppen ved stråling fra vegg

$$q_r = A_1 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_1 (T_2^4 - T_1^4)$$

Netto tilførsel er 0

$$q_k + q_r = 0$$

Som gir:

$$h_k \cdot (T_0 - T_1) = -\sigma \cdot \varepsilon_1 (T_2^4 - T_1^4)$$

Løses mhp T_1

	$T_{1,gammel}$	$T_{1,ny}$
Tipp:	300	291,5
	291,5	291,7

SIK 2005 Strømning og transportprosesser
Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 18 Stråling

En gass varmes opp i rør som går gjennom et brennkammer og temperaturen på gassen måles med et termoelement. Temperaturen på innsiden av rørene er 500°C . Termoelementet er kapslet inn i et metallskall ($\epsilon_s = 0.10$) og varmeovergangstallet mellom gassen og termoelementskallet er $200 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

a) Termoelementet viser 227°C , hva er riktig gasstemperatur?

Etter en tids bruk har overflaten på termoelementskallet fått et tynt belegg og emissiviteten har steget til 0.35. Samtidig har varmeovergangstallet for konveksjon mellom gass og termoelementskall sunket til $190 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

b) Hva viser termoelementet nå? Gasstemperaturen er som under a)

Varmemotstanden i termoelementskallet kan neglisjeres og rørveggene regnes som sorte omgivelser.

Svar: a) gasstemperaturen er 491.6 K , b) Termoelementet viser nå 521.3 K

Løsningsforslag 18

a) For stasjonære forhold:

Varmeavgitt ved konveksjon = Varmer mottatt ved stråling

$$\text{Konvektiv: } Q_k = A_1 \cdot h \cdot (T_T - T_g) = 200 \cdot (500 - T_g) \cdot A_1$$

$$\text{Stråling: } Q_r = A_1 \cdot \sigma \cdot \epsilon_s \cdot (T_V^4 - T_T^4) = A_1 \cdot 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,1 \cdot (773^4 - 500^4) = A_1 \cdot 1678,9$$

$$Q_k = Q_r \text{ gir: } T_g = 491,6 \text{ K}$$

b) Antar gass og rørtemp de samme som i a)

Varmebalansen blir også den samme som under a):

$$Q_k = A_1 \cdot 190 \cdot (T_T - T_g) = 190 \cdot (T_T - 491,6) \cdot A_1$$

$$Q_r = A_1 \cdot \sigma \cdot \epsilon_s \cdot (T_V^4 - T_T^4) = A_1 \cdot 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,35 \cdot (773^4 - T_T^4)$$

må løses ved prøve og feile:

$$T_T - 491,6 = \frac{5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,35}{190} (773^4 - T_T^4)$$

T_T tipp	T_T ny
500	522,5
522,5	521,3
521,3	521,33

SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 19 Stråling

Et anlegg med nedkjølt propan må av plasshensyn plasseres nært inntil ytterveggen av en forbrenningsovn. For å beskytte propananlegget mot overheting skal det installeres reflekterende aluminiumsplater mellom ovnsvegg og propananlegg. Ovnsveggs overflate-temperatur er 184°C og avstanden mellom veggen og propananlegget er 0.61 m. Overflateareal for ovnsvegg og propananlegg regnes like store (92 m^2) og den kalde overflaten har en middeltemperatur på 2°C . Hvor mange aluminiumplater må installeres mellom de to flatene for at temperaturen på den siste platen før propananlegget maksimalt er 32°C ?

Emissivitetene er gitt som:

Ovnsvegg:	0.90
Propananlegg:	0.65
Aluminium:	0.10

Svar : Antall plater mellom de to skjermene mot ovn og propananlegg $N = 5.07$ (dvs 6 plater)
Altså blir antall plater totalt $6 + 2 = 8$ plater.

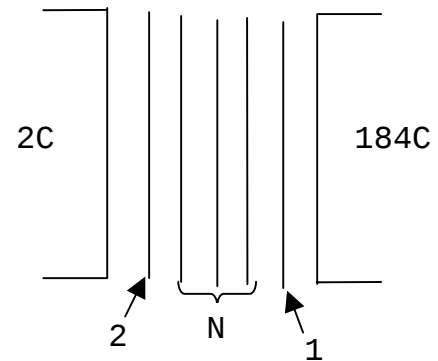
Løsningsforslag 19

For N like plater ($\epsilon = \text{konst}$), likn. 4.11-24:

$$(q_{12})_N = \frac{1}{N+1} \cdot \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2/\epsilon - 1}$$

Fra oven til første plate

$$1) \quad q = \frac{\sigma(T_{\text{ovn}}^4 - T_1^4)}{\frac{1}{\epsilon_{\text{ovn}}} + \frac{1}{\epsilon_{\text{Al}}} - 1} = \sigma(457^4 - T_1^4) \cdot \frac{1}{\frac{1}{0,9} + \frac{1}{0,1} - 1}$$



For de N platene (definerer de N platene uten platene nærmest oven og tank da disse behandles separat på grunn av at plater oven og tank ikke har samme emmisivitet):

$$2) \quad q = \frac{1}{N+1} \cdot \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{2/\epsilon_{\text{Al}} - 1} = \frac{1}{N+1} \cdot \frac{\sigma(T_1^4 - 305^4)}{2/0,1 - 1}$$

for siste plate til tank

$$3) \quad q = \sigma(T_2^4 - T_p^4) \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_{\text{Al}}} + \frac{1}{\epsilon_{\text{Pl}}} - 1} = \sigma(305^4 - 275^4) \frac{1}{\frac{1}{0,1} + \frac{1}{0,65} - 1}$$

$$1) \quad T_1^4 = 457^4 - \frac{q}{\sigma} \left(\frac{1}{0,9} + 9 \right) = 457^4 - \frac{q}{\sigma} (10,1)$$

$$\text{med 3)} \quad T_1^4 = 457^4 - 10,1 \cdot (305^4 - 275^4) \frac{1}{9 + \frac{1}{0,65}}$$

Innsatt i 2)

$$N+1 = \frac{9 + \frac{1}{0,65}}{(305^4 - 275^4)} \cdot \frac{457^4 - 10,1(305^4 - 275^4) \frac{1}{9 + \frac{1}{0,65}} - 305^4}{19} = 6,07$$

Dette gir:

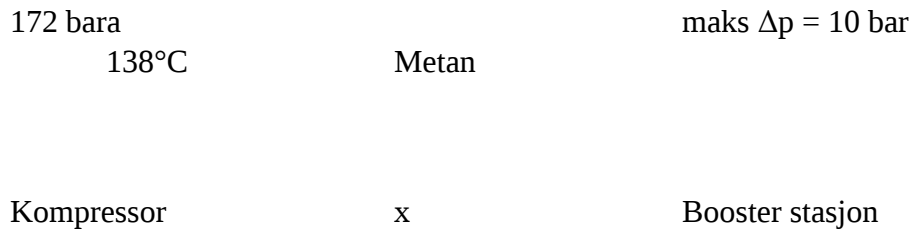
$N = 5,07$, noe som betyr at vi må ha 6 lag + de to ytre skjermene blir det i alt 8 skjermene.

***** NB Oppgavene videre er ikke brukt våren 2003 *****

SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 1 (ikke brukt vår 2000)



Kompressorene på gassleveringsledningen på en olje/gass-plattform leverer metan ved 172 bara og 138°C.

Trykket synker gradvis utover i rørledningen. Man godtar en trykkreduksjon på 10 bar før trykket på nytt må økes i en boosterstasjon.

Hvor lang rørledningen kan man tåle mellom disse ?

Data: $D = 200$ mm, $\mu_{\text{Metan}} = 1.4 \cdot 10^{-5}$ kg/ms

Levering $G = 27$ t/h, ruhet $\varepsilon = 0,015$ mm

Anta inkompressibel strømning.

SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 15 Væske/væske varmeoverføring.(ikke 2000)

Ved tørking av naturgass før transport i rørledning brukes TEG(Trietylenglykol) som går i resirkulasjon. Rett før TEG'en returneres til tørketårnet må den avkjøles fra 60°C til 30°C. Som kjølemedium brukes sjøvann som har en temperatur inn på 10°C og som kan slippes ut med en temperatur på 20°C.

Varmeveksleren er en mangleørveksler med " staggered " geometri som vist i Geankoplis, figur 4.6-1b. Ytre rørdiameter er 25mm og godstykkelsen er 2mm. Senteravstanden mellom rørene er 50mm både i strømningsretningen og på tvers av denne.

Mengden TEG som skal kjøles er 1200 m³/h og den strømmer på innsiden av rørene. For å holde lavt trykkfall settes hastigheten til 1 m/s.

Sjøvannet strømmer på utsiden av rørene og maksimalhastigheten mellom rørene settes til 1 m/s.

Data:

TEG: (ved 45°C)

$\mu_T = 0.0133 \text{ kg/ms}$, $\rho_T = 1025 \text{ kg/m}^3$, $k_T = 0.265 \text{ W/mK}$, $C_{pT} = 2.3 \text{ kJ/kgK}$

Sjøvann: (ved 15°C)

$\mu_S = 0.0012 \text{ kg/ms}$, $\rho_S = 1015 \text{ kg/m}^3$, $k_S = 0.58 \text{ W/mK}$, $C_{pS} = 4.2 \text{ kJ/kgK}$

Stål (rørvegg)

$k_{\text{stål}} = 41 \text{ W/mK}$

- Hvor mange rør trengs når rørene er 6 m lange. Hva blir strømningsraten for sjøvann(m³/h).
- Beregn varmeovergangstallet for både inn- og utsiden av rørene, og det total varmegjennomgangstallet basert på ytre rørdiameter. Bruk de oppgitte fysikalske data
- Er beregningen konservativ eller optimistisk når man tar i betraktning at den temperaturen som skulle ha vært brukt i korrelasjonene er midlere filmtemperatur.

SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 16 Koking og kondensasjon.

En koker i en destillasjonskolonne er utformet som en vertikal mangerørs varmeveksler. På utsiden av rørene strømmer vanndamp og på innsiden koker man en blanding av butanol og propanol. Dampen har et trykk på 2 bara, med tilhørende metningstemperatur 119°C. Kokepunktet for butanol/propanol-blandingen kan regnes å være 107°C.

Rørene som brukes i kokeren er stålrør med indre diameter 25 mm og rørtykkelse 1mm.

Varmedledningsevnen til den brukte stålkvalitetet er 41 W/mK.

- Kokeren skal ha en kapasitet på 100 kmol/h og den molare fordampningsvarme for de to alkoholene kan regnes å være den samme og lik 44.38 kJ/mol. Hva blir dampforbruket i kgdamp/h når fordampningsvarmen for vanndamp ved 8 bara er 2049 kJ/kg.
- Beregn det totale varmegjennomgangstallet basert på ytre røroverflate. Regn rørlengde $L = 1\text{m}$.

Bruk ligning 4.8-4 og 4.8-20 i Geankoplis.

Data:

Damp/vann-side :

$$\mu_v = 0.238 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}, \quad \rho_v = 943 \text{ kg/m}^3, \quad k_v = 0.68 \text{ W/mK}, \quad \rho_D = 1.1 \text{ kg/m}^3$$

$$k_{\text{stål}} = 41 \text{ W/mK},$$

**** HINT: Finn de enkelte lags ΔT uttrykt ved hverandre og prøv og feil. ****

SIK 2005 Strømning og transportprosesser

Ekstra øvingsoppgaver

Oppgave 14B Maksimal varmefluks ved koking.

Beregn den maksimale varmefluks man kan ha når man fremdeles skal ha nukleerende koking (under kritisk temperaturdifferans). Systemet er vann ved 2 bar hvor vann har kokepunkt 119°C. Vanndamp kan ved dette trykk og ved kokepunktet regnes som ideell gass.

Data:

Tetthet væske: 1000 kg/m³

Overflatespenning: 0.070 N/m

Fordampningsvarme for vann ved 119°C: 2202.9 kJ/kg